**2021年普通高等学校招生全国统一考试（全国甲卷）**

文科数学

一、选择题

1.设集合，，则（ ）

A.

B.

C.

D.

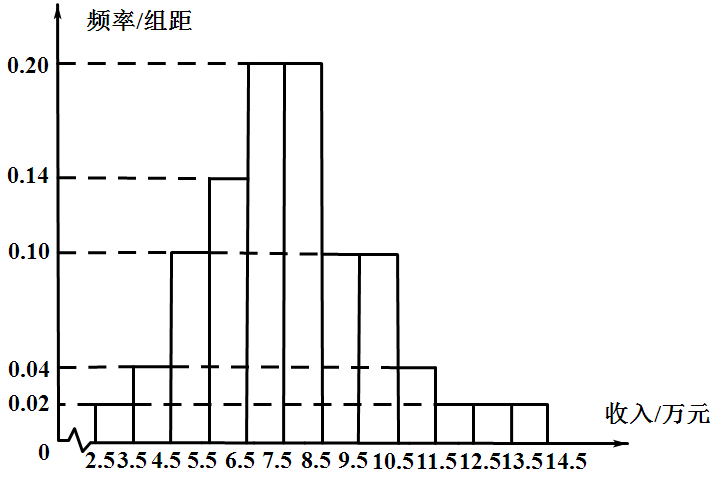
答案：

B

解析：

依题意可知，所以.

2.为了解某地农村经济情况，对该地农户家庭年收入进行抽样调查，将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图：根据此频率分布直方图，下面结论不正确的是（ ）



A.该地农户家庭年收入低于万元的农户比率估计为

B.该地农户家庭年收入不低于万元的农户比率估计为

C.估计该地农户家庭年收入的平均值不超过万元

D.估计该地有一半以上的农户，其家庭年收入介于万元至万元之间

答案：

C

解析：

A.低于万元的比率估计为，正确.

B.不低于万元的比率估计为，正确.

C.平均值为

万元，不正确.

D.万到万的比率为，正确.

3.已知，则（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

B

解析：

.

4.下列函数中是增函数的是（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

D

解析：

∵，，在上单调递减，在上单调递减，故A，B，C错误；在上单调递增，故D正确.

5.点到双曲线的一条渐近线的距离为（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：  
A

解析：

双曲线的渐近线为，则点到双曲线的一条渐近线的距离为.

6.青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量，通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，五分记录法的数据和小数记录法的数据满足.已知某同学视力的五分记录法的数据为，则其视力的小数记录法的数据约为（）（ ）

A.

B.

C.

D.

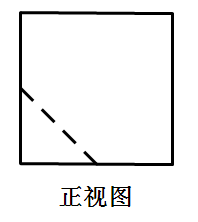
答案：

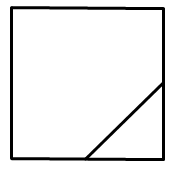
C

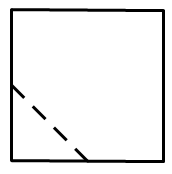
解析：

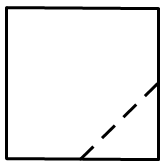
代入，知，故.

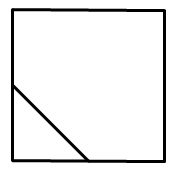
7.在一个正方体中，过顶点的三条棱的中点分别为，，，该正方体截去三棱锥后，所得多面体的三视图中，正视图如图所示，则相应的侧视图是（ ）



A.

B.

C.

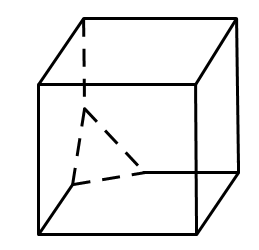
D.

答案：

D

解析：

由题可得直观图，如下图.故选D.



8.在中，已知，，，则（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

D

解析：

由余弦定理可得，解得.

9.记为等比数列的前项和.若，，则（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

A

解析：

由等比数列的性质可知：成等比数列，即成等比数列，所以，即，故选A.

10.将个和个随机排成一行，则个不相邻的概率为（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

C

解析：

求出所有的排列数，先将个排成一排，有个空位，当每个空位排一个，即从个空位中选个，有种排法，此时个不相邻；当两个相邻时，即从个空位中选出一个来排两个，有种选法，从而总的排法数有个，再根据古典概型概率公式可得概率，故选C.

11.若，，则（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

A

解析：

.

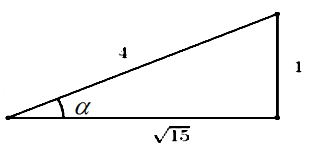


∴

∴

∴.

又∵.如图，.



12.设是定义域为的奇函数，且.若，则（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

C

解析：

∵是定义在上的奇函数，



∴，

∴

∴周期为的周期函数.

∴.

二、填空题

13.若向量满足，，，则 .

答案：



解析：

，∴，∴，∴，

∴，∴.

14.已知一个圆锥的底面半径为，其体积为，则该圆锥的侧面积为

.

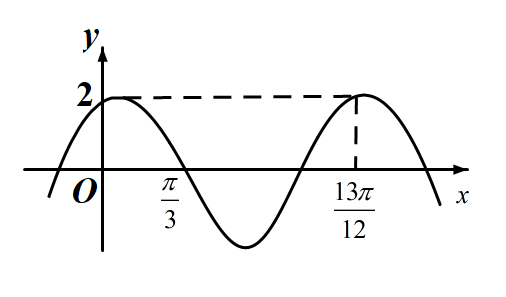
答案：



解析：

圆锥底面半径，体积，则圆锥的高，则母线长，则圆锥的侧面积.

15.已知函数的部分图像如图所示，则 .



答案：



解析：

由图可知，由，

所以.

16.已知，为椭圆的两个焦点，，为上关于坐标原点对称的两点，且，则四边形的面积为 .

答案：

解析：

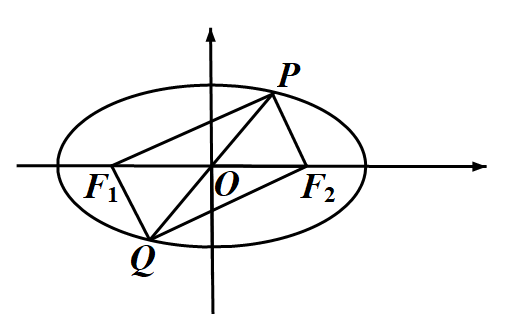
答案：



解析：

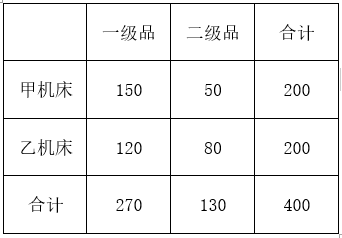
如图，由及椭圆对称性可知，四边形为矩形.

设，，则，得.所以，四边形面积为.



三、解答题

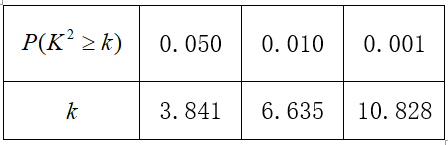
17.甲、乙两台机床生产同种产品，产品按质量分为一级品和二级品，为了比较两台机床产品的质量，分別用两台机床各生产了件产品，产品的质量情况统计如下表：



（1）甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少？

（2）能否有的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异？

附：，



答案：

见解析

解析：

（1）由表格数据得：

甲机床生产的产品中一级品的频率为；

乙机床生产的产品中一级品的频率为；

（2）由题意.

所以有的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异.

18.记为数列的前项和，已知，，且数列是等差数列，证明：是等差数列.

答案：

见解析

解析：

∵为等差数列，设公差为.∴，即.

∴，∴.

∴，∴，

即，又同样满足通项公式，所以是等差数列.

19．已知直三棱柱中，侧面为正方形．分别为和的中点，．

(1)求三棱锥*F*－*EBC*的体积；

(2)已知为棱上的点，证明：．



答案：  
见解析；

解析；  
（1），则.

又则.

,.

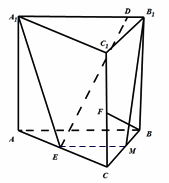
（2）连，取中点连，，

由为，的中点，则，

又，，则共面，故面.

又在侧面中，则

又，则.



20.设函数，其中.

（1）讨论的单调性；

（2）若的图象与轴没有公共点，求的取值范围.

答案：

见解析

解析：  
（1）

∵，，∴，∴当时函数单调递减，

当时，，函数单调递增.

∴在上递减，在上递增，

（2）当时，结合函数单调性可知若与无交点时

即.

化简可得即.所以参数的取值范围为

21.抛物线的顶点为坐标原点，焦点在轴上，直线交于，两点，且，已知点，且与相切.

（1）求，的方程；

（2）设，，是上的三个点，直线，均与相切，判断直线与的位置关系，并说明理由.

答案：

见解析

解析：  
（1）， .

（2）设，，.

，所以

①.

，所以

②.

所以，是方程的两根.

又，所以

.

所以，即直线与相切.

22.在直角坐标系中，以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为.

（1）将的极坐标方程化为直角坐标方程；

（2）设点的直角坐标为，为上的动点，点满足，写出的轨迹的参数方程，并判断与是否有公共点.

答案：

见解析

解析：  
（1）.

（2）设，，由

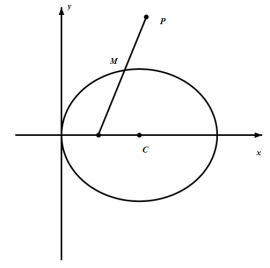
.

又在上，所以

.

则为为圆心，半径为的圆，所以

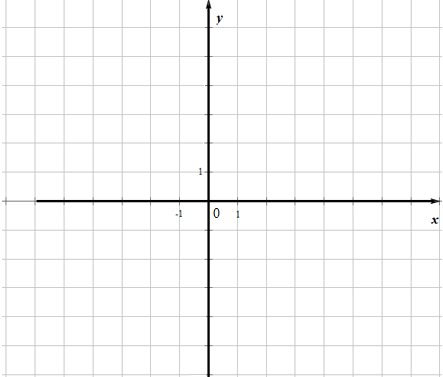
所以，两圆为内含关系，所以，圆与圆无公共点.



23.已知函数，.

（1）画出和的图象；

（2）若，求的取值范围.

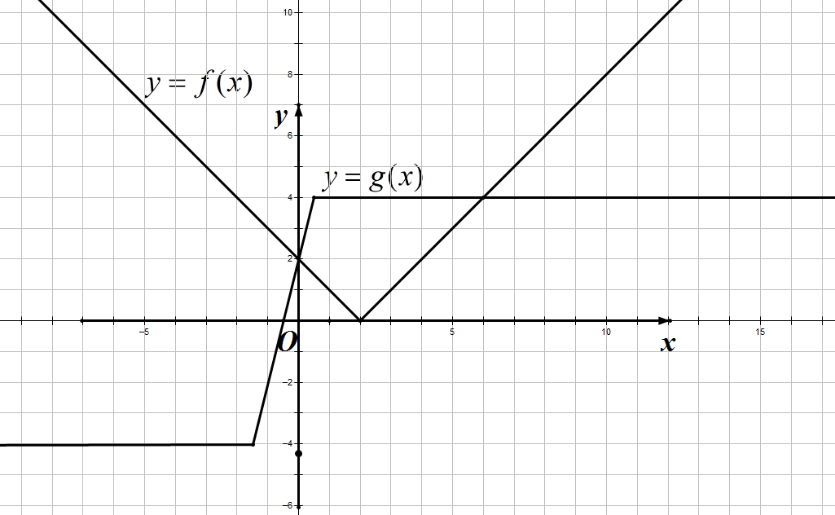


答案：

见解析；

解析：

（1）；



（2）当时，恒不满足，此时；

当时，恒成立，必有

.

当时，

时，，，所以.

时，，，令，所以.

时，，.

，所以.

所以，.